

1ª Lista de Exercícios - Conteúdo de Geometria Analítica Plana
Vetores, distância entre pontos e áreas

AQUECIMENTO

1. Calcule e represente graficamente as expressões:

- (a) $3\vec{u} + \vec{v}$, onde $\vec{u} = (0, 2)$ e $\vec{v} = (1, 1)$.
- (b) $2\vec{u} - 3\vec{v}$, onde $\vec{u} = (1, -1)$ e $\vec{v} = (2, 1)$.
- (c) $2\vec{u} - 17\vec{v}$, onde $\vec{u} = (3, 2)$ e $\vec{v} = (0, 0)$.
- (d) $\vec{u} + 2\vec{v}$, onde $\vec{u} = (1, 6)$ e $\vec{v} = (2, -3)$.
- (e) $5\vec{v} + 4\vec{u}$, onde $\vec{v} = (-3, -1)$ e $\vec{u} = (4, 0)$.
- (f) $\vec{v} + \vec{u} + \vec{w}$, onde $\vec{v} = (-1, 4)$, $\vec{u} = (-3, -2)$ e $\vec{w} = (0, 5)$

Calcule o ângulo θ entre os vetores \vec{u} e \vec{v} nos casos abaixo:

- (a) $\vec{u} = (1, 0)$, $\vec{v} = (0, 1)$
- (b) $\vec{u} = (1, -3)$, $\vec{v} = (1, 1)$
- (c) $\vec{u} = (3, -1)$, $\vec{v} = (1, 3)$
- (d) $\vec{u} = (1, 3)$, $\vec{v} = (4, 12)$
- (e) $\vec{u} = (3, 4)$, $\vec{v} = (5, 12)$

2. Se $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$, $A = (3, 2)$ e $\vec{v} = (5, 8)$, então qual é o ponto B?

3. Dados $\vec{u} = (2, 5)$ e $\vec{v} = (5, 2)$, verifique se os vetores $\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - \vec{v}$ são ortogonais.

4. Dados $\vec{v} = (3, 7)$, $\vec{u} = (-1, 2)$ e $\vec{w} = (11, 4)$, determine os números x e y que tornam verdadeira a igualdade $x\vec{v} + y\vec{u} = \vec{w}$, ou seja, escreva \vec{w} como combinação linear de \vec{v} e \vec{u} .

5. Calcular a área do triângulo ABC se $A = (-3, -1)$, $B = (0, 4)$ e $C = (6, 1)$.

6. Calcular a área do quadrilátero de vértices $A = (2, -1)$, $B = (4, 2)$, $C = (1, 5)$ e $D = (-1, 3)$.

BÁSICO

1. Se $xy < 0$ em quais quadrantes pode estar situado o ponto $P = (x, y)$?

2. Obtenha y de modo que os pontos $A = (3, y)$, $B = (0, 4)$ e $C = (4, 6)$ sejam vértices de um triângulo retângulo em A .

3. Sejam $a < b < c$ as respectivas coordenadas dos pontos A , B e C situados sobre um eixo. Sabendo que $a = 17$, $c = 32$ e $d(A, B)/d(A, C) = 2/3$, qual é o valor de b ?

4. Qual é o ponto do eixo OX equidistantes dos pontos $A = (1, -3)$ e $B = (3, -1)$?

5. Dado $\vec{u} = (a + 1, 2)$ e $\vec{v} = (-3, a)$, calcule o valor de a para que se tenha $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = 0$.

6. Para que valores reais de m os vetores $\vec{u} = (1, m)$ e $\vec{v} = (-2, 2)$ são ortogonais?

7. Sejam $A = (1, 5)$ e $B = (-3, 2)$ pontos do plano. Ache todos os pontos P tais que a distância de P a A seja 7 e que o ângulo $P\hat{B}A$ seja reto.

8. Para que valores reais de m os vetores $\vec{u} = (2, 5)$ e $\vec{v} = (8, m)$ são paralelos?

9. Determine o conjunto de vetores no plano cuja projeção no vetor $\vec{v} = (3, 1)$ seja o próprio \vec{v} .

PARA CASA

1. Qual é o ponto da diagonal $\Delta = \{(x, x); x \in \mathbb{R}\}$ mais próximo de $P = (a, b)$?

2. Um dos vértices do quadrado $OABC$ é a origem e o outro é o ponto $A = (2, 3)$. Quais são as coordenadas dos pontos B e C (**Sempre** que mencionarmos um polígono, letras adjacentes indicarão vértices adjacentes)?

3. Sejam $A = (a, 0)$ e $B = (0, a)$, com $a \neq 0$. Ache x de modo que o ponto $C = (x, x)$ seja o terceiro vértice do triângulo equilátero ABC .

4. Dados os vetores \vec{u} e \vec{v} , com $\vec{u} \neq 0$, verifique que o vetor $\vec{w} = \vec{v} - \frac{\langle \vec{v}, \vec{u} \rangle}{\langle \vec{u}, \vec{u} \rangle} \cdot \vec{u}$ é perpendicular a \vec{u} .

5. Seja ABC um triângulo com medianas AD , BE e CF . Mostre que $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = 0$.

6. Encontre os vetores \vec{v} de norma 1 que satisfazem $\langle \vec{v}, (1, -2) \rangle = 1$.

7. Prove que $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \frac{1}{4}(|\vec{u} + \vec{v}|^2 - |\vec{u} - \vec{v}|^2)$ e conclua que \vec{u} e \vec{v} são perpendiculares se e somente se $|\vec{u} + \vec{v}| = |\vec{u} - \vec{v}|$.